

Окружной этап всероссийской олимпиады школьников по информатике
Москва, 1 декабря 2013 г.

Решения заданий для 7–8 классов

Задача 1. Метро

На линии метро n станций ($n > 1$). Поезд отправляется с конечной станции, при этом перегон между двумя соседними станциями он проезжает за a секунд, время стоянки на каждой станции составляет b секунд. Определите, через сколько секунд поезд прибудет на другую конечную станцию. Время стоянки на конечных станциях не учитывается.

Ответом к этой задаче является некоторое выражение, которое может содержать целые числа, переменные a , b , n , операции сложения (обозначается «+»), вычитания (обозначается «-»), умножения (обозначается «*») и круглые скобки для изменения порядка действий. Запись вида « $2b$ » для обозначения произведения числа 2 и переменной b неверная, нужно писать « $2 * b$ ».

Пример правильного (по форме записи) выражения: $b + (n - 1) * (2 * a + b)$

Решение

Поезд проедет $n - 1$ перегон, потратив на каждый a секунд и совершит $n - 2$ остановки по b секунд каждая.

Ответ: $a * (n - 1) + b * (n - 2)$.

Допускаются и иные формы записи ответа.

Задача 2. Сокобан

В игре «Сокобан» игрок управляет человечком-кладовщиком, перемещающим ящики по клетчатому полю. Дано следующее поле, на котором введены координаты, как на шахматной доске.

8								
7								
6			■					
5								
4			■	■		*		
3			*		*			
2			К					
1								
	a	b	c	d	e	f	g	h

Кладовщик (обозначен буквой «К») находится в клетке d2. В клетках d4, d6, e4 находятся ящики (обозначены квадратами), которые можно перемещать по полю. Ящики необходимо поставить в клетки, отмеченные звёздочками (d3, f3, g4), любой ящик может быть поставлен в любую отмеченную клетку. Закрашенные клетки непроходимы для кладовщика, в них также нельзя перемещать ящики.

Кладовщик за один ход может перейти в свободную клетку, имеющую общую сторону с той клеткой, где он сейчас находится (то есть нельзя ходить «по диагонали»). Если кладовщик перемещается в клетку, в которой находится ящик, то он «толкает» ящик, и ящик перемещается на одну клетку в этом же направлении. Это можно сделать, только если новое расположение ящика не занято стеной или другим ящиком. Например, переместившись в клетку d3, кладовщик сможет пойти в клетку d4 и подвинуть при этом ящик из клетки d4 в клетку d5. Но после этого кладовщик не сможет пойти в клетку d5, так как она будет занята ящиком, который нельзя передвинуть в клетку d6, поскольку эта клетка тоже занята ящиком (нельзя подвинуть два ящика за один ход).

Запишите последовательность перемещений кладовщика, приводящую к передвижению ящиков в отмеченные клетки. Ответ записывается в виде последовательности клеток,

в которые перемещается кладовщик, каждая клетка записывается в отдельной строке. Координаты каждой клетки записываются в виде буквы, обозначающей столбец, затем цифры, обозначающей строку, без пробела между ними. Пример записи ответа:

e2
f2
f3

Чем меньше ходов будет в вашем решении, тем больше баллов вы получите.

Решение

Задачу можно решить за 22 хода. Вот пример решения (для экономии запишем все ходы в одну строку, но при сдаче задачи каждый ход нужно записывать в отдельной строке):

d3 d4 e4 f4 f5 f6 e6 d6 d5 d4 c4 b4 b5 b6 c6 d6 e6 e7 f7 f6 f5 f4

Такое решение оценивалось в 10 баллов. Решение за 23-24 хода оценивалось в 8 баллов, за 25-26 ходов — в 7 баллов, за 27-32 хода — в 6 баллов, за 33-38 ходов — в 5 баллов, решения с большим числом ходов — в 4 балла. Решения, в которых только один или два ящика оказывались в отмеченных клетках оценивались в 1 и 2 балла.

Задача 3. Шифровка строки

Дана строка из 10 латинских букв: «ABCDEFGHIJ».

Операция ШИФР(k), где k — число от 1 до 9, разрезает строку на две части после k -го символа строки, символы второй части записываются в обратном порядке, после чего две части переставляются местами.

Например, если выполнить операцию ШИФР(4), то получится строка «JINGFEABCD».

Обозначим через ШИФР(3, 7, 6, 5, 2) последовательное выполнение пяти операций:

ШИФР(3)

ШИФР(7)

ШИФР(6)

ШИФР(5)

ШИФР(2)

Ответьте на вопросы.

1. Какая строка получится, если к строке «ABCDEFGHIJ» применить операцию ШИФР(3, 7, 6, 5, 2) один раз?
2. Какая строка получится, если к строке «ABCDEFGHIJ» применить операцию ШИФР(3, 7, 6, 5, 2) два раза подряд?
3. Какая строка получится, если к строке «ABCDEFGHIJ» применить операцию ШИФР(3, 7, 6, 5, 2) десять раз подряд?
4. Какая строка получится, если к строке «ABCDEFGHIJ» применить операцию ШИФР(3, 7, 6, 5, 2) 2013 раз подряд?

В ответе нужно записать четыре строки, состоящие из латинских букв. Ответ на каждый вопрос нужно писать в отдельной строке. Вы можете ответить не на все вопросы, а только на несколько первых из них (например, только на первый вопрос, на первые два вопроса или на первые три вопроса, если записать в ответе одну, две или три строки соответственно).

Решение

Применим последовательно указанные операции к строке «ABCDEFGHIJ»:

ШИФР(3): «JINGFEDABC»

ШИФР(7): «CBAJINGFED»

ШИФР(6): «DEFGCBAJIN»

ШИФР(5): «HIJABDEFGC»

ШИФР(2): «CGFEDBAJHI»

Итак, ответ на первый вопрос - CGFEDBAJHI.

Для ответов на последующие вопросы поймем, как переставляет символы строки операция ШИФР(3, 7, 6, 5, 2). Составим таблицу, на какую позицию в строке переходит

каждый символ в результате применения этих операций.

Символ строки	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Позиция до шифрования	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Позиция после шифрования	7	6	1	5	4	3	2	9	10	8

Теперь можно ответить на второй вопрос. Символ А перейдет на позицию 7, а затем на позицию 2, символ В перейдет на 6, затем на 3, С перейдет на 1, затем на 7, D перейдет на 5, затем на 4, Е перейдет на 4, затем на 5, F перейдет на 3, затем на 1, G перейдет на 2, затем на 6, Н перейдет на 9, затем на 10, I перейдет на 10, затем на 8, J перейдет на 8, затем на 9. Получится строка «FABDEGCIJH».

Чтобы ответить на вопрос 3 можно не применять операцию 5 раз подряд, а понять, что символы движутся по циклу. В одном цикле движутся символы по позициям 1 — 7 — 2 — 6 — 3 — 1, это буквы А — G — В — F — С. Длина этого цикла — 5, поэтому при повторении операции 10 раз подряд эти буквы окажутся на своих местах. Второй цикл состоит из двух букв D и E, длина этого цикла 2. После 10-кратного применения операции эти буквы также останутся на своих местах. Остаются буквы H — I — J, которые движутся по циклу длины 3 на позициях 8 — 9 — 10. За 10 применений операций они совершат три полных цикла, и пройдет еще одна операция. Поэтому только эти буквы сдвинутся и ответ на вопрос 3 «ABCDEFHGJI».

Теперь понятно, как ответить на последний вопрос. Нужно рассмотреть остаток от деления числа применений операций 2013 на длину каждого цикла. 2013 дает остаток 3 при делении на 5, поэтому в первом цикле каждая буква совершит некоторое число полных кругов, а потом переместится на три шага по циклу. Буква А окажется на позиции 6, G на позиции 3, В на позиции 1, F на позиции 7, С на позиции 2. В цикле E — F буквы поменяются местами, в цикле H — I — J символы также останутся на своих местах, так как 2013 делится на длину цикла 3. Ответ на четвертый вопрос: «BCGEDAFHIIJ».

Окончательный ответ:

CGFEDBAJHI
 FABDEGCIJH
 ABCDEFHGJI
 BCGEDAFHIIJ

За правильные ответы на первый и второй вопрос давалось по 2 балла, на третий и четвертый — по 3 балла.

Задача 4. Раскраска плиток

После того как к удивлению тётушки Полли её забор был покрашен, она поручила Тому Сойеру покрасить плитки, которыми был вымощен их квадратный двор. Двор представляет собой квадрат размером 6 × 6 плиток, каждая из которых покрашена в один из пяти цветов. Тому Сойеру поручили сделать так, чтобы все плитки стали одного цвета.

Одним мазком кисти можно перекрасить в один цвет один горизонтальный или вертикальный ряд плиток целиком. Чтобы разнообразить свою работу, Том придумал, что ряд плиток можно красить только тем цветом, которым на данный момент уже покрашены по крайней мере две плитки выбранного ряда (вертикального или горизонтального). Помогите Тому покрасить все плитки двора в один цвет.

Цвета плиток обозначены буквами А, В, С, D, Е. Столбцы и строки пронумерованы цифрами от 1 до 6. Приведём пример начальной раскраски плиток:

6	D	D	D	D	D	D
5	D	C	D	D	D	D
4	D	B	D	D	D	D
3	D	A	B	C	D	E
2	D	B	D	D	D	D
1	D	C	D	D	D	D
	1	2	3	4	5	6

Такой двор можно покрасить целиком в цвет D за два мазка кистью. Сначала нужно

покрасить в цвет D горизонтальную строку номер 3 (это можно сделать, потому что в этой строке есть две плитки цвета D), затем нужно покрасить в цвет D вертикальный столбец номер 2 (сейчас в этом столбце одна плитка цвета D, а вторая плитка будет покрашена в цвет D на предыдущем шаге). Соответствующий алгоритм покраски плиток будем записывать так:

H3D

V2D

В записи алгоритма каждая строка обозначает перекрашивание одного ряда. Первая буква каждой строки должна быть либо буквой «V», что означает покраску вертикального ряда, либо буквой «H», обозначающей покраску горизонтального ряда. Второй символ строки обозначает номер ряда (число от 1 до 6). Третий символ строки — цвет, в который красится данный ряд (одна из пяти возможных букв A, B, C, D, E). При покраске ряда в нём должно быть минимум две плитки того цвета, в который перекрашивается этот ряд.

Вам необходимо решить задачу для двух примеров начальной раскраски плиток.

Пример 1

6	A	B	D	C	E	A
5	E	A	B	D	B	C
4	C	E	C	B	D	A
3	E	C	A	E	B	D
2	D	B	E	A	C	B
1	B	D	C	D	A	E
	1	2	3	4	5	6

Пример 2

6	B	E	A	C	D	A
5	E	B	C	A	B	D
4	A	C	D	B	C	E
3	D	B	A	D	E	C
2	D	A	E	C	C	B
1	C	D	B	E	A	E
	1	2	3	4	5	6

Для каждого примера необходимо составить алгоритм покраски плиток в один цвет. За решение задачи для каждого примера даётся до 5 баллов, при этом чем меньше мазков кистью будет в алгоритме, тем больше баллов вы получите.

Решение примера 1

Первый пример можно решить за 7 ходов, например, следующим алгоритмом:

V2B

H3B

V1B

V3B

V4B

V5B

V6B

За решение в 7 ходов давалось 5 баллов, в 8 ходов — 4 балла, в 9 ходов — 3 балла, в 10 ходов — 2 балла, в 11 и более ходов — 1 балл.

Решение примера 2

Второй пример также можно решить за 7 ходов, например, следующим алгоритмом:

V5C

H1C

H2C

H3C

H4C

H5C

H6C

За решение в 7 ходов давалось 5 баллов, в 8 ходов — 3 балла, в 9 ходов — 2 балла, в 10 и более ходов — 1 балл.

Задачи 5-7 совпадают с задачами 1-3 для 9-11 классов и здесь не приводятся.